

文章编号: 1000-7598-(2006)08-1429-04

基于遗传算法的冻土路基融沉可靠性分析

祁长青^{1,2}, 吴青柏³, 施 斌², 唐朝生²

(1. 河海大学 科学研究院, 南京 210098; 2. 南京大学 地球环境计算工程研究所, 南京 210093;
3. 中国科学院 寒区旱区环境与工程研究所, 兰州 730000)

摘 要: 在冻土路基融沉变形极限状态方程的基础上, 从可靠度指标的几何涵义出发, 提出了基于遗传算法的冻土路基融沉可靠度指标和失效概率的计算方法。该法是一种全局优化算法, 能有效克服传统搜索算法易陷入局部极小值的缺点, 不需要对功能函数进行直接转换, 避免了功能函数比较复杂时所带来的求解困难, 特别适合求解非线性规划问题。以青藏铁路冻土路基的具体实例, 验证了本方法的准确性和有效性。

关 键 词: 冻土路基; 融沉变形; 遗传算法; 可靠度指标; 破坏概率
中图分类号: TU 441; TB 115 **文献标识码:** A

Reliability analysis of thawing settlement of permafrost subgrade based on genetic algorithm

QI Chang-qing^{1,2}, WU Qing-bai³, SHI Bin², TANG Chao-sheng²

(1. Research Academy of Hohai University, Nanjing 210098, China;
2. Advanced Computational Engineering Institute for Earth Environment, Nanjing University, Nanjing 210093, China;
3. Cold and Arid Regions Environmental and Engineering Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China)

Abstract: On the basis of limit equilibrium equation for thawing settlement of permafrost subgrade, a global optimal algorithm is put forward to calculate the reliability index and failure probability based on genetic algorithm. It can overcome the drawbacks of local optimal wildly existing in classic searching method. By this method, difficulty brought by the transformation of complex performance function can be avoided and nonlinear programming problem can be solved efficiently. Engineering example of Qinghai-Tibet Railway shows that this method is accurate and reliable.

Key words: permafrost subgrade; thawing settlement; genetic algorithm; reliability index; failure probability

1 引 言

青藏铁路是我国西部大开发的一项重点工程, 具有重大的经济、政治和军事意义, 如何保持道路的可靠性和耐久性一直是人们关注的焦点。青藏铁路格尔木至拉萨段全长 1 118 km, 穿越 632 km 的多年冻土区^[1]。根据青藏公路的建设经验, 道路的严重破坏主要是由冻土区路基融化下沉造成的, 占总破坏长度的 83.5 % 以上^[2]。因此, 冻土路基融沉可靠性问题成为青藏铁路建设成败的关键。

到目前为止, 国内介绍冻土路基可靠性评价方法的文章还很少见。传统的安全评估体系采用安全系数作为评价标准, 然而由于岩土参数的不确定性,

这种一刀切的评价方法已越来越难以适应现代岩土工程的需要。在岩土工程中应用可靠性理论, 推行概率安全评估是当今岩土工程发展的必然趋势。本文正是基于这一思想, 探求一种求解冻土路基融沉变形可靠性的新方法, 利用可靠度指标和失效概率代替传统的安全系数来评价冻土路基的可靠性。

从可靠度指标的几何涵义可知, 可靠度指标的获得就是在功能函数面上找到一点, 使该点到均值点的距离最短^[3], 这是一个非线性规划问题。针对此类问题, 已有多种求解方法^[4, 5], 主要需要对功能函数进行求导, 求解过程往往十分复杂和繁琐。针对这种情况, 冷伍明^[6]、徐军^[7]等先后提出了不需求导的可靠度指标优化方法, 但必须在功能函数

中把其中一个变量化成其他变量来表示,对于功能函数比较复杂的实际问题,这种变换会遇到麻烦,使这些方法的应用受到限制,而且文献[6]中的方法有时会陷入局部最优解。

本文针对冻土地区岩土工程的特点,在可靠度计算几何法的基础上,提出了利用遗传算法求解冻土路基融沉可靠度的计算模型,并应用到青藏铁路冻土路基的可靠性分析中,对路基的破坏概率进行了预测,取得了满意的结果。

2 遗传算法求解约束优化问题原理

近年来遗传算法在非线性规划中的应用不断增加^[8, 9]。对于本文所述非线性规划问题可描述如下:

$$\left. \begin{array}{l} \min f(x) \\ \text{约束条件: } h_i(x)=0, x \in \Omega \end{array} \right\} \quad (1)$$

式中 $x=(x_1, \dots, x_n)$ 表示自变量; f 为映射函数; Ω 为解空间; $h_i(x)$ 为等式约束条件。

由于对染色体做遗传运算时通常获得不可行的后代。因此,应用遗传算法解非线性规划的问题就是如何满足约束条件的问题。针对该问题已经提出了几种不同策略,工程中常用的有惩罚策略。它的基本思想是通过惩罚不可行解将约束问题转化为无约束问题,在每一代的种群中保持部分不可行解,使遗传搜索可以从可行域和不可行域两边来搜索最优解。这个策略的关键问题是如何设计一个带有惩罚项的适值函数,一般有两种方法:

$$\text{第 1 种: } val(x)=f(x)+p(x) \quad (2)$$

$$\text{第 2 种: } val(x)=f(x)p(x) \quad (3)$$

式中 $val(x)$ 为适值函数; $p(x)$ 为惩罚项。

对于式(1)所示的极小化问题, $p(x)$ 的取值如下:

$$\text{第 1 种方法取: } \left. \begin{array}{l} p(x)=0 \quad (\text{若 } x \text{ 可行}) \\ p(x)>0 \quad (\text{其他}) \end{array} \right\} \quad (4)$$

$$\text{第 2 种方法: } \left. \begin{array}{l} p(x)=1 \quad (\text{若 } x \text{ 可行}) \\ p(x)>1 \quad (\text{其他}) \end{array} \right\} \quad (5)$$

3 可靠度指标优化算法计算模型

根据可靠度指标的几何涵义,在标准正态坐标系中,可靠度指标优化算法的数学模型为:

$$\left. \begin{array}{l} \beta = \min \left(\sum_{i=1}^n \hat{x}_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \\ \text{约束条件: } Z = g(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n) = 0 \end{array} \right\} \quad (6)$$

式中 β 为可靠度指标; $g(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n)$ 为功能函数即

标准正态空间的极限状态方程; $\hat{x}_i$ 为标准正态随机变量, $\hat{x}_i$ 计算公式如下:

$$\hat{x}_i = \frac{x_i - \mu_{x_i}}{\sigma_{x_i}} \quad (7)$$

式中 x_i 为正态随机变量; μ_{x_i}, σ_{x_i} 分别为正态随机变量的均值和标准差。如果随机变量不服从正态分布,可以通过高斯变换,当量成正态分布:

$$\hat{x}_i = \Phi^{-1}(F(x_i)) \quad (8)$$

式中 $\Phi(\bullet)$ 为标准正态分布的累积概率分布函数; $F(x_i)$ 为随机变量 x_i 的累积概率分布函数。求得可靠度指标后,失效概率(或破坏概率) p_f 可以根据下式求解:

$$p_f = 1 - \Phi(\beta) \quad (9)$$

4 冻土路基融沉变形功能函数

4.1 冻土路基融沉变形公式

冻土路基的变形主要是路基下永久冻土上限以上土层在冻融循环过程中所产生的融化下沉和融化压缩变形,计算公式如下:

$$S = \psi \sum_{i=1}^n p_0 \alpha_i (z_i C_i - z_{i-1} C_{i-1}) + \sum_{j=1}^n A_j h_j \quad (10)$$

式中 右边第 1 项为压缩沉降量;第 2 项为融化沉降量。 S 为总的沉降量; ψ 为沉降计算经验系数; n 为计算的土层数; p_0 为基础底面处的附加压力; α_i 为基础底面下第 i 层土的压缩系数; z_i, z_{i-1} 分别为基础底面至第 i 层和第 $i-1$ 层底面的距离; C_i, C_{i-1} 分别为基础底面的计算点至第 i 层和第 $i-1$ 层底面范围内的平均附加压力系数; A_i 为基础底面下第 i 层土的融沉系数; h_i 为发生融沉的各土层厚度。

4.2 功能函数的形成

沉降的可靠度是指其计算值小于某一允许值的概率。根据可靠度理论,冻土路基沉降变形的功能函数可以表示为

$$\begin{aligned} G(X) &= S_0 - S(X) = S_0 - \psi \sum_{i=1}^n p_0 \alpha_i \cdot \\ &\quad (z_i C_i - z_{i-1} C_{i-1}) - \sum_{j=1}^n A_j h_j = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

路基两点之间差异沉降变形的功能函数可以表示为

$$\begin{aligned} G(X) &= \Delta S_0 - |S_1(X) - S_2(X)| = \Delta S_0 - \\ &\quad \left| \psi \left(\sum_{i=1}^n p_0^1 \alpha_i^1 (z_i^1 C_i^1 - z_{i-1}^1 C_{i-1}^1) - \sum_{j=1}^m p_0^2 \alpha_j^2 (z_j^2 C_j^2 - z_{j-1}^2 C_{j-1}^2) \right) + \right. \\ &\quad \left. \sum_{i=1}^n A_i^1 h_i^1 - \sum_{j=1}^m A_j^2 h_j^2 \right| = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

式中 S_0 为容许沉降值; ΔS_0 为容许差异沉降值。

5 基于遗传算法的可靠度计算步骤

(1) 编码: 对于可靠度计算中常用的服从正态分布的随机变量, 可以由以下公式随机产生:

$$x_i = \mu_{x_i} + \sigma_{x_i} \sqrt{-2 \ln \gamma_1} \sin(2\pi\gamma_2) \quad (13)$$

式中 γ_1, γ_2 为 $[0,1]$ 上互相独立的均匀分布随机数。

可靠度指标的计算模型可以写成如下形式:

$$\left. \begin{aligned} \beta &= \min f(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m) \\ \text{约束条件: } Z &= g(\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_m) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中 γ_i 为 $[0,1]$ 的均匀分布随机数; m 由给定的随机变量的数目确定。本文采用二进制编码, 如果要求求解精度精确到 3 位小数, 由于区间长度为 1, 必须将闭区间 $[0,1]$ 分为 1×10^3 等份, $2^9 < 1 \times 10^3 < 2^{10}$ 。所以, 至少需要 10 位的二进制串来表示一个变量, 共有 m 个变量, 所以需要 $10m$ 位二进制位来表示一个染色体。

(2) 随机产生 100 个染色体的初始群体。

(3) 采用加法形式的适值函数, 对于每个不可行的染色体, 给予一个很大的惩罚项:

$$val(\gamma) = f(\gamma) + p(\gamma) \quad (15)$$

$$\text{其中: } p(\gamma) = \begin{cases} 0 & x \text{ 可行} \\ M & \text{其他} \end{cases} \quad (16)$$

式中 M 取一个很大的正整数。由此得出各染色体的适值。

(4) 采用概率法, 使优良的染色体具有好的选择概率, 选择方法如下。

计算染色体的适值, 并令:

$$P = \sum_{k=1}^{100} val(\gamma_k) \quad (17)$$

对于各染色体计算选择概率 p_k 和累积选择概率 q_k 有:

$$p_k = \frac{val(\gamma_k)}{P} \quad (k=1, 2, \dots, 100) \quad (18)$$

$$q_k = \sum_{i=1}^k p_i \quad (k=1, 2, \dots, 100) \quad (19)$$

在 $[0,1]$ 区间产生一个随机数 r , 若 $q_{k-1} < r < q_k$, 则选择第 k 各染色体。

(5) 采用单点交叉, 选择交叉概率为 0.6, 随机产生 $[0,1]$ 分布 100 个随机数, 如果第 k 个随机数小于 0.6, 则选择其作为交叉对象, 重复上一步, 排除

第 k 个染色体, 选择另一个染色体作为交叉对象, 随机产生一个交叉点, 互换交叉点后的基因值, 产生新一代染色体。交叉运算的例子如图 1 所示。



图 1 交叉运算

Fig.1 Crossover operator

(6) 选择变异概率为 0.02, 随机选择两条染色体改变其某一二进制位上的值, 变异运算的例子如图 2 所示。

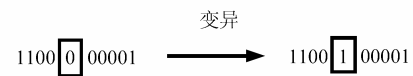


图 2 变异运算

Fig.2 Mutation operator

如果连续多代中同一种染色体占有绝对优势, 该染色体即为最优解, 由此得到可靠度指标 β , 并由式 (5) 和式 (9) 确定失效概率和验算点值, 否则返回第 (3) 步, 继续迭代。

6 路基可靠度计算实例

选用青藏铁路楚玛尔河断陷盆地段路基作为计算对象, 根据本文方法, 用 C++ 语言编制了可靠度优化计算程序, 对路基施工完成后的融沉可靠度进行了计算。路基填土由两层组成, 下部为片石层路基, 上部为圆砾石填土, 路基永久冻土上限以上分别为厚层的细砂、粉砂层, 其剖面如图 3 所示。

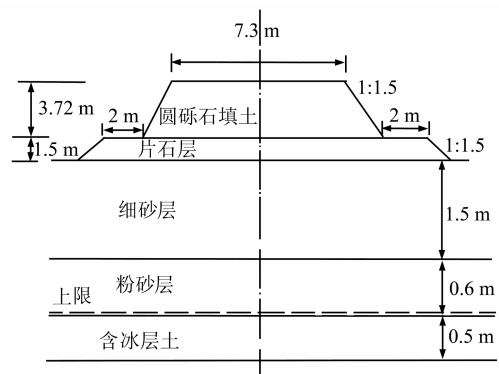


图 3 冻土路基计算剖面示意图

Fig.3 Cross-section of permafrost subgrade

由于该路基用片石层进行了改良, 本文计算中假定多年冻土上限不发生下降。路基填土由于土性比较均匀, 施工比较统一, 所以将路基填土重度和

外部尺寸作为确定的量考虑,路基高 5.22 m,其中圆砾石填土高为 3.72 m,重度为 18.6 kN/m^3 ;片石层高为 1.5 m,重度为 21.0 kN/m^3 ,计算可得路基基底压力 $p_0=100.32 \text{ kPa}$ 。路基的绝对融沉量的容许值、差异沉降容许值、平均附加压力系数和沉降计算经验系数为确定量,分别为: $S_0=0.14 \text{ m}$, $\Delta S_0=0.02 \text{ m}$, $C_1=0.999$, $C_2=0.998$, $\psi=1$ 。其余土层参数为随机变量且服从正态分布,统计值如表 1。

表 1 冻土路基计算参数

Table 1 Parameters of permafrost subgrade						
土层	融沉系数/%		压缩系数/ MPa^{-1}		土层厚度/m	
	均值	标准差	均值	标准差	均值	标准差
细砂层	1.98	0.3	0.367	0.05	1.50	0.1
粉砂层	1.80	0.23	0.245	0.03	0.6	0.1

6.1 路基中心融沉可靠度计算

根据以上参数,路基融沉可靠度指标和验算点值的计算结果如表 2。

表 2 路基中心融沉可靠度指标和验算点值

Table 2 Reliability indexes and test point of thawing settlement									
方法	融沉系数		压缩系数		土层厚度		可靠度指标	失效概率 /%	迭代次数
	/%		/MPa ⁻¹		/m				
	细砂	粉砂	细砂	粉砂	细砂	粉砂			
本方法	2.243	1.790	0.467	0.256	1.632	0.604	3.538	0.020 1	29
JC 法	2.270	1.840	0.473	0.254	1.670	0.571	3.546	0.019 6	174

6.2 路肩与路中心差异沉降可靠度计算

由于道路的对称性,本文选择计算左路肩与道路中心的差异沉降可靠度。查矩形基础下附加应力系数表^[10]得左路肩处平均附加压力系数为 $C_1=0.998$, $C_2=0.996$ 。计算结果见表 3。

表 3 差异沉降可靠度指标和验算点值

Table 3 Reliability index and test point of differential thawing settlement									
方法	融沉系数		压缩系数		土层厚度		可靠度指标	失效概率 / %	迭代次数
	/ %		/ MPa ⁻¹		/ m				
	细砂	粉砂	细砂	粉砂	细砂	粉砂			
本方法	1.88	1.820	0.367	0.251	1.487	0.616	4.49	0.000 35	35

6.3 结果分析

从表 2 可以看出,本方法与国际结构安全度联合委员会推荐的 JC 法^[11]结果相差不大,证明了本文方法的精确性,同时不需要像 JC 法一样在验算点处将功能函数进行泰勒展开,大大提高了计算效率。计算结果表明,路基中心的融沉失效概率为 0.02 %,说明在目前环境条件下,路基融沉变形在

总量上在可接受的范围之内,基本不会影响路基可靠性。但这个变形应该是一个长期缓慢的过程,如果在较短的时间达到的话,就会影响行车安全,应该采取工程措施消除。差异沉降的失效概率仅为 0.000 35 %,从设计的角度看,这个值完全满足要求,说明差异沉降本身不会对路基可靠性产生威胁。但也应该引起足够重视,因为差异沉降容易导致路基产生裂缝,在冻融循环和大气降水促使下,裂缝会不断发展,影响路基的可靠性。因此,在设计和施工过程中,尽量采取措施避免较大差异沉降的出现。

7 结 论

(1) 尝试用可靠度指标和失效概率代替传统的安全系数来评价冻土路基的可靠性,更能反映路基的实际情况,值得进行深入研究。

(2) 导出了冻土路基融沉变形可靠度指标计算的优化模型,并用遗传算法进行求解。由于计算过程中不需要对功能函数进行变换,给问题求解带来方便,尤其对复杂的非线性功能函数,该法的优势更为明显。

(3) 通过与 JC 法的比较,表明了该方法的正确性和有效性,可以客观和准确地评价在青藏铁路冻土路基工程设计中已经采取的工程结构和工程措施的工程效果,指导和改进设计和施工。

参 考 文 献

- [1] 马巍,程国栋,吴青柏. 青藏铁路建设中动态设计思路及应用研究[J]. 岩土工程学报, 2004, 26(4): 537—540.
MA Wei, CHENG Guo-dong, WU Qing-bai. Study and application of idea of dynamic design in Qinghai-Tibet Railway construction[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2004, 26(4): 537—540.
- [2] 吴青柏,童长江. 冻土变化与青藏公路的稳定性问题[J]. 冰川冻土, 1995, 17(4): 350—355.
WU Qing-bai, TONG Chang-jiang. Permafrost change and stability of Qinghai-Tibet Highway[J]. *Journal of Glaciology and Geocryology*, 1995, 17(4): 350—355.
- [3] 赵国藩. 工程结构可靠性理论及应用[M]. 大连: 大连理工大学出版社, 1996.
- [4] Madsen H O, Krenk S, Lind N C. Methods of Structural Safety[M]. New York: Springer Verlag, 1986.
- [5] Melchers R E. Structural Reliability Analysis and Prediction[M]. New York: John Wiley and Sons, 1987.
- [6] 冷伍明. 基础工程可靠度分析与设计理论[M]. 长沙: 中南大学出版社, 2000.

- [7] 徐军, 邵军, 郑颖人. 遗传算法在岩土工程可靠度分析中的应用[J]. 岩土工程学报, 2000, 22(5): 586—589.
XU Jun, SHAO Jun, ZHENG Ying-ren. Application of genetic algorithm to reliability analysis of geotechnical engineering[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2000, 22(5): 586—589.
- [8] 丰土根, 刘汉龙, 高玉峰, 等. 遗传算法在边坡抗震稳定性分析中的应用[J]. 岩土力学, 2002, 23(1): 63—66.
FENG Tu-gen, LIU Han-long, GAO Yu-feng, et al. Application of genetic algorithm to analysis of slope seismic stability[J]. **Rocks and Soil Mechanics**, 2002, 23(1): 63—66.
- [9] 冯仲仁, 王雄江, 姚爱民, 等. 基于遗传算法的深层搅拌桩优化设计[J]. 岩土力学, 2003, 24(3): 420—422.
FENG Zhong-ren, WANG Xiong-jiang, YAO Ai-min, et al. Optimal design of deep-mixing piles based on genetic algorithm[J]. **Rocks and Soil Mechanics**, 2003, 24(3): 420—422.
- [10] 钱家欢. 土力学[M]. 南京: 河海大学出版社, 1995.
- [11] Rudiger Rackwitz, Bernd Fiessler. Structural reliability under combined random load sequence[J]. **Computers and Structures**, 1978, 9(5):489—494.